



SuccesLaExamen.ro
Învățăm și reușim împreună

Recapitulare clasele V - VII

MULȚIMI DE NUMERE. OPERAȚII CU NUMERE REALE

prof. gr. I Ofelia Constantin



SuccesLaExamen.ro
Învățăm și reușim împreună

Salutare!

Știm că pregătirea pentru examen înseamnă mult efort, zeci de exerciții rezolvate și nevoia de a avea informația clar structurată. Pentru că uneori este mult mai eficient să subliniezi, să scrii și să îți organizezi materia pe hârtie, am creat acest material special pentru tine.

Aceasta este fișa ta de sinteză și de lucru, extrasă din ședința noastră interactivă, într-un format special **Printer-Friendly** (fără fundaluri colorate greoaie), ca să poți printa totul rapid, clar și cu un consum minim de cerneală.

Vei observa că acest exemplar este unic, fiind personalizat automat cu numele tău. Am luat această măsură pentru a proteja sutele de ore de muncă ale profesorilor noștri, dar și pentru a ne asigura că ai acces la o resursă sigură, exclusivă și corectă.

Ce te rugăm: Folosește acest material strict pentru pregătirea ta. Printează-l, adaugă-l în dosarul tău de recapitulare și bazează-te pe el pentru a obține rezultatul dorit. **Găsești rezolvarea corectă a exercițiilor în lecțiile video din cursul de pe platformă.** Acest document este destinat exclusiv uzului personal. Te rugăm să nu îl distribui pe rețele de socializare, grupuri publice sau alte platforme online.

Notă legală: Distribuirea, reproducerea, comercializarea sau transmiterea către terți a acestui material, sub orice formă, fără acordul scris SuccesLaExamen.ro, reprezintă o încălcare a Legii nr. 8/1996 privind dreptul de autor și drepturile conexe. Orice abatere poate atrage suspendarea definitivă a contului tău de pe platformă, precum și consecințe legale.

Concentrează-te pe rezolvări și amintește-ți de ce faci acest efort: pentru viitorul tău! Spor la învățat!

Profesor **Ofelia Constantin**,

SuccesLaExamen.ro

Învățăm și reușim împreună



NUMERE ÎNTREGI

Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{..., -3, -2, -1\}$$

$$\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$$

$\forall a \in \mathbb{Z}$, numărul $-a$ reprezintă opusul său

Exemple:

Opusul lui 3 este -3

Opusul lui -5 este 5



NUMERE ÎNTREGI

Valoarea absolută (modulul) transformă orice număr întreg într-un număr pozitiv

$$|a| \geq 0 ; |0| = 0$$

Exemple:

$$|-2| = 2 ; |2| = 2$$

Regula semnelor la înmulțire și împărțire (se folosește și la desfacerea parantezelor)

$$(+)\cdot(+)=+ \quad ; \quad (+)\cdot(-)=-$$

$$(-)\cdot(+)= - \quad ; \quad (-)\cdot(-)=+$$



NUMERE ÎNTREGI

Reguli la adunarea și scăderea numerelor întregi

Desfacem parantezele după regula semnelor

Dacă numerele au același semn, copiem semnul comun și adunăm modulele lor.

Dacă numerele au semne contrare, copiem semnul numărului cu modulul mai mare și scădem modulele lor

$$-a + a = a + (-a) = 0$$

Exemplu:

$$-2 - (-3) + (-7) = -2 + 3 - 7 = 1 - 7 = -6$$



NUMERE ÎNTREGI

Reguli la înmulțirea și împărțirea numerelor întregi

Înmulțim sau împărțim semnele după regula semnelor

Înmulțim sau împărțim modulele lor

Exemple:

$$(-7) \cdot (-2) \cdot (+3) = +42$$

$$(-24) : (-3) : (-2) = (+8) : (-2) = -4$$

Reguli la ridicarea la putere cu exponent natural:

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & n = \text{par} \\ -a^n, & n = \text{impar} \end{cases}$$

Exemplul 1

$$(-1)^5 + (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) = -1 + 1 +$$

$$(-1) + 1 + (-1) = 0 + 0 - 1 = -1$$



NUMERE ÎNTREGI

Exemplul 2

$$(-2)^3 < (-3)^2 \Leftrightarrow -8 < 9$$

Exemplul 3

$$\begin{aligned} (-3)^{39} > (-2)^{65} &\Leftrightarrow (-3)^{3 \cdot 13} > (-2)^{5 \cdot 13} \Leftrightarrow \\ [(-3)^3]^{13} > [(-2)^5]^{13} &\Leftrightarrow (-27)^{13} > (-32)^{13} \\ &\Leftrightarrow -27^{13} > -32^{13} \end{aligned}$$



NUMERE ÎNTREGI – Aplicații

1. Opusul numărului 3 este:

- a) 3
- b) -3
- c) 0
- d) $-\frac{1}{3}$

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

2. Ordinea descrescătoare a numerelor -10, 2, 0, -8 este:

- a) -10, -8, 2, 0
- b) 2, 0, -10, -8
- c) 2, 0, -8, -10
- d) -10, -8, 0, 2

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

3. Rezultatul calculului $-2 - (-3) + (-2)$ este:

- a) -1
- b) -3
- c) 3
- d) 0

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

4. Dacă $a = 24 : (-3) - 8 : (-2)$ și $b = 30 : (-5) + 2 : (-2)$ atunci $2 \cdot a + 3 \cdot b$ este:

- a) -14
- b) -54
- c) 22
- d) -28

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

5. Rezultatul calculului $(-2)^2 + (-2)^3 : 2^2$ este:

- a) 4
- b) 2
- c) 0
- d) -1

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

6. Ordinea crescătoare a numerelor $(-2)^3$, $(-2)^2$, $(-2)^4$, -2 este:

- a) (-2) , $(-2)^2$, $(-2)^3$, $(-2)^4$
- b) $(-2)^4$, $(-2)^3$, $(-2)^2$, (-2)
- c) $(-2)^3$, (-2) , $(-2)^2$, $(-2)^4$
- d) $(-2)^3$, $(-2)^2$, (-2) , $(-2)^4$

**NUMERE ÎNTREGI – Aplicații**

7. Rezultatul calculului $|2 - 5| - |8 - 9| \cdot |10 - 5|$ este:

- a) 2
- b) 5
- c) -5
- d) -2



SuccesLaExamen.ro
învăţăm şi reuşim împreună

NUMERE ÎNTREGI – Aplicaţii

8. Rezultatul calculului $-28 : (-7) - (-4) \cdot (+5) - (-3)^0 + (-3)^1$

este:

- a) -20
- b) -18
- c) 20
- d) -28



SuccesLaExamen.ro
învăţăm şi reuşim împreună

NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Mulțimea numerelor raționale se notează cu $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a, b) = 1 \right\}$$

$\frac{a}{b}$ se numește fracție ordinară ;

a se numește numărător iar b se numește numitor

Avem egalitatea $a = \frac{a}{1}$ iar linia de fracție „-”, semnifică operația de împărțire.



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Fracții ordinare $\left\{ \begin{array}{l} - \text{subunitare } (a < b) \\ - \text{echiunitare } (a = b) \\ - \text{supraunitare } (a > b) \end{array} \right.$

La fracțiile supraunitare putem scoate întregii din fracție:

$$\frac{a}{b} = c \frac{r}{b}; a : b = c \text{ rest } r \Rightarrow a = c \cdot b + r$$

Procedeul invers se numește introducerea întregilor în fracție.

$$c \frac{r}{b} = \frac{c \cdot b + r}{b} = \frac{a}{b}$$



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Clasificarea fracțiilor zecimale

Fracții zecimale $\left\{ \begin{array}{l} - \text{finite } \overline{m, n}; \overline{m, 0} \\ - \text{infinite (periodice)} \left\{ \begin{array}{l} - \text{simple } \overline{m, (n)} \\ - \text{mixte } \overline{m, p(n)} \end{array} \right. \end{array} \right.$

La fracțiile periodice mixte, n se numește perioada, p este neperioada iar m este partea întreagă.

Cifrele de după virgulă formează partea zecimală.

La fracțiile zecimale finite putem adăuga oricâte zerouri la sfârșitul părții zecimale.



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Orice fracție zecimală se poate transforma în fracție ordinară astfel:

$$1. \overline{a, b_1 b_2 \dots b_n} = \frac{ab_1 b_2 b_3 \dots b_n}{10^n}$$

$$2. a, (b_1 b_2 b_3 \dots b_n) = \frac{ab_1 b_2 b_3 \dots b_n - a}{\underbrace{999 \dots 9}_{(de\ n\ ori)}}$$

$$3. \overline{ab_1 \dots b_n (c_1 \dots c_m)} = \frac{\overline{ab_1 b_2 \dots b_n c_1 c_2 \dots c_n} - \overline{ab_1 b_2 \dots b_n}}{\underbrace{99 \dots 900 \dots 0}_{(m\ ori) (n\ ori)}}$$

Exemplul 1: $1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$

$$1, (3) = \frac{13 - 1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Operații cu fracții ordinare

1. **Amplificarea și simplificarea** (cu orice număr natural nenul)

$${}^m) \frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}; \frac{a^{(m)}}{b} = \frac{a : m}{b : m}$$

O fracție care nu se mai poate simplifica se numește fracție ireductibilă.



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

2. Adunarea și scăderea

Aceste operații se pot efectua doar dacă fracțiile se aduc la același numitor prin amplificare.

La efectuarea adunării sau scăderii fracțiilor ordinare după ce le aducem la același numitor, adunăm sau scădem numărătorii și copiem numitorul comun.

Exemple

$$1) \quad {}^3_1\frac{1}{2} + {}^2_1\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$2) \quad 1\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{16-9}{12} = \frac{7}{12}$$

Observație: Numitorul comun reprezintă cmmmc al tuturor numitorilor fracțiilor.



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

3. Înmulțirea și împărțirea (nu aducem la același numitor)

La înmulțire putem simplifica orice numărător cu orice numitor și apoi înmulțim numărătorii și numitorii între ei.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

4. Ridicarea la putere

Se efectuează operațiile cu puteri la fel ca la N

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

$$a^{-n} = \left(\frac{a}{1}\right)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1^n}{a^n} = \frac{1}{a^n}$$



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

Operații cu fracții zecimale finite

1. Adunarea și scăderea

Așezăm numerele virgulă sub virgulă și efectuăm operațiile

Exemplu: $2,34 + 4 - 1,5 = 2,34 + 4,00 - 1,50 = 6,34 - 1,50 = 4,84$

2. La înmulțire nu ținem cont de poziția virgulei și le așezăm unele sub altele aliniate la dreapta, facem înmulțirea iar la rezultat punem virgula de la dreapta la stânga după atâtea cifre câte zecimale au în total factorii înmulțirii.

Exemplu:

$$1,3 \cdot 0,15 = 0,195$$

$$\begin{array}{r} 0,15 \cdot \\ \underline{1,3} \\ 045 \\ \underline{015} \\ 0,195 \end{array}$$



NUMERE RAȚIONALE. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE

3. La înmulțirea cu o putere a lui 10 mutăm virgula către dreapta cu atâtea cifre câte are exponentul puterii iar la împărțire mutăm virgula spre stânga.

Exemplu:

$$1,24 \cdot 10 = 12,4$$

$$1,24 : 10 = 0,124$$

4. La împărțirea fracțiilor zecimale finite este obligatoriu să avem împărțitorul număr natural așa că înmulțim atât deîmpărțitul cât și împărțitorul cu o putere a lui 10 (în funcție de câte zecimale are împărțitorul) și apoi efectuăm operația.

Exemple:

$$\text{a. } 1,44 : 1,2 = 14,4 : 12 = 1,2$$

$$\text{b. } 1,5 : 0,02 = 150 : 2 = 75$$



NUMERE RAȚIONALE – Aplicații

1. Rezultatul calculului $\frac{3}{8} + 1\frac{1}{12}$ este:

a) $\frac{35}{48}$

b) $\frac{35}{24}$

c) $\frac{21}{12}$

d) $\frac{21}{20}$



NUMERE RAȚIONALE – Aplicații

2. Rezultatul calculului $1,2 + 1,(2)$ este:

- a) $\frac{32}{90}$
- b) $\frac{19}{45}$
- c) $\frac{281}{90}$
- d) $\frac{109}{45}$



NUMERE RAȚIONALE – Aplicații

3. Rezultatul calculului $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{12}{5} : \frac{4}{15}$ este:

- a) $\frac{28}{9}$
- b) $\frac{28}{3}$
- c) $\frac{13}{60}$
- d) $\frac{14}{15}$

**NUMERE RAȚIONALE – Aplicații**

4. Scris sub formă de fracție ordinară numărul 1,2(3) este:

- a) $\frac{123}{90}$
- b) $\frac{122}{90}$
- c) $\frac{37}{30}$
- d) $\frac{120}{90}$

**NUMERE RAȚIONALE – Aplicații**

5. Media aritmetică a numerelor 0,2 ; 1,24 ; 0,3 este:

- a) 0,58
- b) 1,3
- c) 0,87
- d) 0,43



SuccesLaExamen.ro
învățăm și reușim împreună

NUMERE RAȚIONALE – Aplicații

6. Rezultatul calculului $1,205 \cdot 0,35 + 1,44 : 0,2$ este:

- a) 7,62175
- b) 1,14175
- c) 0,14175
- d) 8,32175



SuccesLaExamen.ro
învățăm și reușim împreună

NUMERE RAȚIONALE – Aplicații

7. Rezultatul calculului $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2$ este:

- a) $-\frac{8}{27}$
- b) $-\frac{4}{9}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $-\frac{2}{9}$



NUMERE REALE. OPERAȚII CU NUMERE REALE

Mulțimea numerelor reale se notează cu $\mathbb{R}$.

1. $\sqrt{a} = m \Leftrightarrow a = m^2 ; a \geq 0, m \geq 0$

2. $\sqrt{a^2} = |a|$

3. $(\sqrt{a})^2 = a ; (\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$

4. $\sqrt{a^{2k} \cdot b} = |a^k| \cdot \sqrt{b}$

Exemple:

$\sqrt{16} = 4$ deoarece $4^2 = 16$

$\sqrt{16a^2} = |4a| = 4|a|$

$(\sqrt{2})^2 = 2$

$(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2$



NUMERE REALE. OPERAȚII CU NUMERE REALE

Introducerea factorilor sub radical

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$$

Pentru a compara numerele reale se introduc factorii sub radical și se compară valoarea de sub radical.

Exemple:

$$2\sqrt{3} < 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2^2 \cdot 3} < \sqrt{3^2 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{12} < \sqrt{18}$$

$$-2\sqrt{5} > -5\sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2^2 \cdot 5} > -\sqrt{5^2 \cdot 2} \Leftrightarrow -\sqrt{20} > -\sqrt{50}$$



NUMERE REALE. OPERAȚII CU NUMERE REALE

Operații cu radicali

1. **Adunarea și scăderea** doar pentru termenii asemenea (care au același număr sub radical)

$$a\sqrt{b} \pm c\sqrt{b} = (a \pm c)\sqrt{b}$$

2. **Înmulțirea și împărțirea**

Înmulțim sau împărțim coeficienții între ei și radicalii între ei

$$a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$$

$$a\sqrt{b} : c\sqrt{d} = \frac{a}{c} \sqrt{\frac{b}{d}}$$



NUMERE REALE. OPERAȚII CU NUMERE REALE

3. **Ridicarea la putere**

$$(a\sqrt{b})^n = a^n \sqrt{b^n}$$

Media geometrică

Pentru $a, b \in \mathbb{R}_+$ $\Rightarrow$ Media geometrică $M_g = \sqrt{a \cdot b}$

Inegalitatea mediilor

Media aritmetică este întotdeauna mai mare sau egală cu media geometrică: $m_a \geq m_g$

Egalitatea mediilor are loc când numerele a și b sunt egale.



NUMERE REALE – Aplicații

1. Fie mulțimea $A = \{-2,3 ; \frac{1}{3} ; \sqrt{3} ; \sqrt{25} ; -\sqrt{\frac{9}{4}} ; -5\}$. Atunci

$A \cap \mathbb{Z}$ este:

- a) $\{\sqrt{25} ; -5\}$
- b) $\{-5\}$
- c) $\{\sqrt{25} ; -5 ; -2,3\}$
- d) $\{\sqrt{25} ; -4 ; -2,3 ; \frac{1}{3}\}$



NUMERE REALE – Aplicații

2. Rezultatul calculului $\sqrt{\frac{1}{4}} + 2\sqrt{\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{121}{64}}$ este:

- a) $-\frac{1}{8}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $-\frac{1}{2}$
- d) $\frac{1}{8}$

**NUMERE REALE – Aplicații**

3. Rezultatul calculului $\sqrt{3^2 + 4^2}$ este:

- a) 7
- b) 5
- c) $\sqrt{17}$
- d) $\sqrt{14}$

**NUMERE REALE – Aplicații**

4. Ordinea crescătoare a numerelor $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{8}$ este:

- a) $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2} < \sqrt{6} < \sqrt{8}$
- b) $\sqrt{6} < \sqrt{8} < 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$
- c) $\sqrt{6} < \sqrt{8} < 3\sqrt{2} < 2\sqrt{3}$
- d) $\sqrt{6} < 2\sqrt{3} < \sqrt{8} < 3\sqrt{2}$

**NUMERE REALE – Aplicații**

5. Rezultatul calculului $\sqrt{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{8}) - 2\sqrt{8} : \sqrt{2}$ este:

- a) $10\sqrt{2}$
- b) 4
- c) $4\sqrt{2} - 4$
- d) $\sqrt{2}$

**NUMERE REALE – Aplicații**

6. Rezultatul raționalizării fracției $\frac{15}{2\sqrt{5}}$ este:

- a) $\frac{15\sqrt{5}}{2}$
- b) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
- c) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$
- d) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

**NUMERE REALE – Aplicații**

7. Media geometrică a numerelor $a = 2\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{32}$ și

$b = \sqrt{128} - 4\sqrt{2}$ este:

- a) $\sqrt{20}$
- b) 8
- c) $12\sqrt{2}$
- d) $8\sqrt{2}$